



FICHAS PARA PRIMARIA

SEXTO ARITMÉTICA



MCD y MCM

Máximo común divisor (MCD)

Se llama así al mayor divisor común que tiene un conjunto de números.

Métodos para calcular el MCD

1. Descomposición simultánea

Calcula el MCD de 60; 80 y 100.

Solución:

Se extraen los factores comunes solamente.

$$\begin{array}{r|l} 60 - 80 - 100 & 2 \times 5 \\ 6 - 8 - 10 & 2 \\ 3 - 4 - 5 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{MCD} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

2. Descomposición canónica

Calcula el MCD de 60; 80 y 100.

Paso 1

Realizamos la D. C. de cada número:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \times 5 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline 80 & 2 \times 5 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ \hline 100 & 2 \times 5 \\ 10 & 2 \times 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \quad 80 = 2^4 \times 5 \quad 100 = 2^2 \times 5^2$$

Paso 2

$$\text{MCD}(60; 80; 100) = \underbrace{2^2 \times 5}_{\substack{\text{factores comunes} \\ \text{con los menores} \\ \text{exponentes}}}$$

Mínimo común múltiplo (MCM)

Se llama así al menor múltiplo positivo común que tiene un conjunto de números.

Métodos para calcular el MCM

1. Descomposición simultánea

Calcula el MCM de 15; 12 y 20.

Solución:

Se extraen los factores comunes y no comunes, hasta llegar a la unidad.

$$\begin{array}{r|l} 15 - 12 - 20 & 2 \\ 15 - 6 - 10 & 2 \\ 15 - 3 - 5 & 3 \\ 5 - 1 - 5 & 5 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{MCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

2. Descomposición canónica

Calcula el MCM de 15; 12 y 20.

Paso 1

Realizamos la D.C. de cada número:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline 20 & 2 \times 5 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5 \quad 12 = 2^2 \times 3 \quad 20 = 2^2 \times 5$$

Paso 2

$$\text{MCM}(15; 12; 20) = \underbrace{2^2 \times 3 \times 5}_{\substack{\text{factores comunes} \\ \text{y no comunes con los} \\ \text{mayores exponentes}}}$$

Observación

Al extraer el MCD y MCM de un conjunto de números, se cumple:

$$\text{MCD} < \text{MCM}$$

Trabajando en clase

Nivel básico

1. Calcula el MCD de 16; 24 y 40.

Resolución:

Aplicando el método de descomposición simultánea, tenemos:

$$\begin{array}{r|l} 16 - 24 - 40 & 2 \\ 8 - 12 - 20 & 2 \\ 4 - 6 - 10 & 2 \\ 2 - 3 - 5 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 16 - 24 - 40 \\ 8 - 12 - 20 \\ 4 - 6 - 10 \\ 2 - 3 - 5 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{divisores} \\ \text{comunes} \end{array}$$

$$\text{PESI} \Rightarrow \text{MCD} = 2 \times 2 \times 2$$

$$\therefore \text{MCD}(16; 24; 40) = 8$$

Rpta.: 8

2. Calcula el MCD de 28; 32 y 20.
3. Calcula el MCM de 54 y 72.
4. Calcula el MCM de 36; 108 y 54.

Nivel intermedio

5. Determina el MCM de A y B, si:

$$A = 2^2 \times 3^5 \times 7^2$$

$$B = 2^4 \times 3 \times 5^2$$

Resolución

Aplicando el método de la descomposición canónica, tenemos:

$\text{MCM}(A, B) \Rightarrow$ todos los divisores primos con sus mayores exponentes.

$$\Rightarrow \text{MCM}(A; B) = 2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

Rpta.: $2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$

6. Determina el MCM de P y Q, si:

$$P = 3^2 \times 5^2 \times 7^3$$

$$Q = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7^4$$

7. Calcula el MCD de A y B, si:

$$A = 2 \times 3^2 \times 5^3$$

$$B = 80$$

Nivel avanzado

8. ¿Cuál es el menor número de modo que dividido entre 6; 5 y 8 da residuo igual a 3?

Resolución

Sea «N» el menor número, que cumple:

$$N = \overset{0}{6} + 3$$

$$N = \overset{0}{5} + 3$$

$$N = \overset{0}{8} + 3$$

Luego, se concluye:

$$N = \overset{0}{\text{MCM}(6; 5; 8)} + 3$$

$$6 - 5 - 8 \quad | \quad 2$$

$$3 - 5 - 4 \quad | \quad 3$$

$$1 - 5 - 4 \quad | \quad 4$$

$$1 - 5 - 1 \quad | \quad 5$$

$$1 - 1 - 1 \quad | \quad 5$$

$$\Rightarrow \text{MCM}(6; 5; 8) = 120$$

$$N = \overset{0}{120} + 3$$

$$N = 120 + 3 = 123$$

Rpta.: 123

9. ¿Cuál es el menor número de modo que dividido entre 7; 5 y 4, da residuo igual a 2?

10. Calcula «K» si $\text{MCD}(200 \text{ k}; 180 \text{ k}; 240 \text{ k})$ es igual a 300.

